2014年杭州市第二次高考科目教学质量检测

数学（文科）试卷参考答案及评分标准

一、选择题（本大题共10小题，每小题5分，共50分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	A	B	D	C	C	B	C	B	C

二、填空题（本大题共7小题，每小题4分，共28分.）

11．$-1-\mathrm{i}$　　12．$a_n=2^n$　　13．$\dfrac{28}{3}$　　14．$\dfrac{1}{2}$

15．[0，4]　　16．直线　　17．$\dfrac{1}{8}$

三、解答题：本大题共5小题，共72分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

18．（本题满分14分）

解：（Ⅰ）设等差数列的公差为 d，等比数列的公比为 q，

则 $a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=1+d$，$a_4=2q$，$a_5=1+2d$，

所以 $4+d=2q$，$(1+d)+(1+2d)=2+2q$，

解得 $d=2$，$q=3$.

所以

$$a_n=\begin{cases} n, & (n=2k-1) \\ 2\cdot 3^{\frac{n}{2}-1}, & (n=2k) \end{cases}，k\in\mathbf{N}^*.$$

……………………………………………………………………7分

（Ⅱ）$S_{2n}=\dfrac{(1+2n-1)n}{2}+\dfrac{2(1-3^n)}{1-3}=n^2-1+3^n$. ……………………………………7分

19．（本题满分14分）

解：（Ⅰ）因为 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B$，所以

$$\frac{1}{2}\times 3\sin B=\frac{3\sqrt{3}}{4},$$

即

$$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2},$$

又因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\dfrac{2\pi}{3}$. ……………………………………………7分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知，$B=\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\dfrac{2\pi}{3}$，

当 $B=\dfrac{\pi}{3}$ 时，因为

$$a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac=2，ac=3,$$

所以　$a+c=\sqrt{11}$；

当 $B=\dfrac{2\pi}{3}$ 时，因为

$$a^2+c^2+ac=2，ac=3，$$

所以

$$a^2+c^2=-1（舍去）.$$

所以△ABC 的周长为　$a+c+b=\sqrt{11}+\sqrt{2}$． ………………………………7 分

20．（本题满分 15 分）

解：（Ⅰ）取 AC 的中点 F，连接 DF，$A'F$，

则 $DF//AB$，$A'E//AB$，

所以 $DF//A'E$．

又因为 $DF=\dfrac{1}{2}AB$，$A'E=\dfrac{1}{2}AB$，

所以 $DF=A'E$．

所以四边形 $DFA'E$ 是平行四边形．

所以 $ED//A'F$，又 $A'F\subset$ 平面 $ACC'A'$，

所以 $ED//$平面 $ACC'A'$． ………………………………………………5 分

（Ⅱ）由题意，$AD\perp BC$，$AD\perp CC'$，$BC\cap CC'=C$，

所以 $AD\perp$平面 $BB'C'C$．

又因为 $B'D\subset$平面 $BB'C'C$，$C'D\subset$平面 $BB'C'C$，

所以 $AD\perp B'D$，$AD\perp C'D$．

所以 $\angle B'DC'$即是二面角 $B'-AD-C'$的平面角．

在△$B'DC'$中，得

$$B'D=3\sqrt{2}，C'D=3\sqrt{2}，B'C'=2\sqrt{2}，$$

所以

$$\cos\angle B'DC'=\frac{B'D^2+C'D^2-B'C'^2}{2B'D\cdot C'D}=\frac{7}{9}.$$

…………………………………………………………………………10 分

21．（本题满分 15 分）

解：（Ⅰ）当 $a=0$ 时，$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-x$，$f'(x)=(x+1)(x-1)$．

所以函数 $f(x)$的单调递增区间是 $(-\infty，-1)$，$(1，+\infty)$．　……………4 分

（Ⅱ）因为

$f'(x)=(x-1)[x+(a+1)]$，

又因为-1，$1\in[-1，2]$，所以

$$f(-1)=\frac{3}{2}a+\frac{2}{3}\in[-1，\frac{2}{3}]，$$

$$f(1)=-\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}\in[-1，\frac{2}{3}]，$$

即

$$-1\leqslant\frac{3}{2}a+\frac{2}{3}\leqslant\frac{2}{3}\text{ 且 }-1\leqslant-\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}\leqslant\frac{2}{3}.$$

解之得

$$-\frac{10}{9}\leqslant a\leqslant 0.$$

所以

$$-1\leqslant -(a+1)\leqslant \frac{1}{9}.$$

① 当 $a=0$ 时，

$$f(x)_{\max}=\max\{f(-1),f(2)\}=\frac{2}{3}，f(x)_{\min}=f(1)=-\frac{2}{3}，满足条件.$$

② 当 $-\frac{10}{9}\leqslant a<0$ 时，

	-1	$(-1,-(a+1))$	$-(a+1)$	$(-(a+1),1)$	1	(1,2)	2
$f'(x)$		+	0	—	0	+	
$f(x)$	$\frac{3}{2}a+\frac{2}{3}$	单调递增	极大值	单调递减	极小值	单调递增	$\frac{2}{3}$

所以

$f(x)$在$[-1,-(a+1)]$，$[1,2]$上单调递增，在$[-(a+1),1]$上单调递减，

所以 $f(x)_{\min}=\min\{f(-1),f(1)\}=-1$，$f(2)=\frac{2}{3}$，

所以只要 $f[-(a+1)]\leqslant\frac{2}{3}$ 恒成立即可.

设

$$g(a)=f[-(a+1)]=\frac{1}{6}(a+4)(a+1)^2,$$

因为

$$g'(a)=\frac{1}{2}(a+3)(a+1),$$

所以

$$[g(a)]_{\max}=\max\{g(-\frac{10}{9}),g(0)\}=g(0)=\frac{2}{3},$$

即 $f[-(a+1)]\leqslant\frac{2}{3}$ 恒成立.

故实数 a 的取值范围是$[-\frac{10}{9},0]$. ……………………………………10 分

22.（本题满分 14 分）

解：（Ⅰ）$y^2=2x$. ……………………………………………………………2 分

（Ⅱ）设直线 AB 的方程为 $y=x-m$，A，B 两点的坐标分别(x_1,y_1)，(x_2,y_2).

由 $\begin{cases} y^2=2x, \\ y=x-m. \end{cases}$

得

$$x^2-2(m+1)x+m^2=0，\triangle=8m+4>0，所以 m>-\frac{1}{2}.$$

所以

$$x_1+x_2=2(m+1),\ x_1x_2=m^2,\ |x_1-x_2|=2\sqrt{2m+1},$$

$$y_1+y_2=2,\ y_1y_2=-2m,$$

又 $|FA|=|FC|=x_1+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}-x_c$，所以 $x_c=-x_1$，

所以 $k_{AC}=\dfrac{y_1}{2x_1}=\dfrac{1}{y_1}$，直线 AC 的方程是 $x-y_1y+x_1=0$ ①

直线 BD 的方程是 $x-y_2y+x_2=0$ ②

由①，②得，点 E 的坐标为 $E(-m,1)$. ……………………………………4 分

所以

$$S_{\triangle AEF}=S_{\triangle AFC}-S_{\triangle EFC}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+x_1)(y_1-1),$$

$$S_{\triangle BEF}=S_{\triangle EFD}+S_{\triangle BFD}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+x_2)(1-y_2),$$

所以

$$S_{\triangle AEF}\cdot S_{\triangle BEF}=\frac{1}{4}(\frac{1}{2}+x_1)(\frac{1}{2}+x_2)(y_1-1)(1-y_2)$$

$$=\frac{1}{16}[(2m+1)^2+4](2m+1),$$ ……………4 分

在△ABF 中，

$$|AB|=\sqrt{2}\,|x_1-x_2|=2\sqrt{2}\sqrt{2m+1},$$

点 F 到直线 AB 的距离 $d=\dfrac{|2m-1|}{2\sqrt{2}}$，

所以

$$S_{\triangle ABF}=\frac{1}{2}\sqrt{2m+1}\cdot|2m-1|,$$ ……………………………………2 分

所以

$$\frac{S_{\triangle AEF}\cdot S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle ABF}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{(2m+1)^2+4}{(2m-1)^2}=\frac{5}{8}.$$

解之得

$$m=\frac{5}{2}\text{ 或 }m=-\frac{1}{6}.$$

故所求直线方程为 $y=x-\dfrac{5}{2}$ 或 $y=x+\dfrac{1}{6}$. ……………………………………2 分